

Susanne Schnepel, Helena Krähenmann, Elisabeth Moser Opitz, Brigitte Hepberger und Christoph Ratz

Integrativer Mathematikunterricht – auch für Schülerinnen und Schüler mit intellektueller Beeinträchtigung

Zusammenfassung

Die mathematische Förderung von Schülerinnen und Schülern mit einer intellektuellen Beeinträchtigung beinhaltet Herausforderungen, insbesondere auch im Kontext integrativer Schulung. Im Artikel werden erstens aktuelle Forschungsergebnisse zur mathematischen Entwicklung von Lernenden mit einer leichten und mittelgradigen intellektuellen Beeinträchtigung vorgestellt. Zweitens werden daraus Folgerungen für die integrative Förderung abgeleitet und konkretisiert.

Résumé

Enseigner les mathématiques à des élèves qui ont une déficience intellectuelle comporte certains enjeux, en particulier dans le contexte de l'intégration scolaire. Cet article fournit les résultats de récentes études sur l'apprentissage des mathématiques par des élèves présentant un déficit léger ou moyen. Enfin, les auteurs tirent des constats pour le soutien à l'intégration.

Die mathematische Förderung von Schülerinnen und Schülern mit einer intellektuellen Beeinträchtigung beinhaltet Herausforderungen, insbesondere auch angesichts der grossen Heterogenität der Personengruppe. Oft wird diskutiert, welche mathematischen Zielsetzungen für diese Schülerinnen und Schüler wichtig und welche Fördermassnahmen geeignet sind. Einigkeit besteht in der Regel darüber, dass für Personen mit einer intellektuellen Beeinträchtigung sogenannte «lebenspraktische Kompetenzen» bedeutsam sind. Doch wie können diese aufgebaut werden? Welche Voraussetzungen sind notwendig, um solche Kompetenzen zu erwerben? Welche Rolle spielen dabei Rechenkompetenzen wie Addition und Subtraktion? Im Kontext integrativer Schulung stellt sich die Herausforderung der mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern mit einer intellektuellen Beeinträchtigung verstärkt. Da sich die Leistungsschere im Fach Mathematik oft besonders deutlich auftut, stellt sich die Frage, ob und wie die

mathematischen Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit intellektuellen Beeinträchtigungen im integrativen Unterricht adäquat gefördert werden können.

In bestehenden Förderkonzepten für Lernende mit einer intellektuellen Beeinträchtigung wird betont, dass pränumerische Kompetenzen wie Klassifikation, Seriation und Mengeninvarianz oder bestimmte Kompetenzen in den Bereichen Raumorientierung, Wahrnehmung und Motorik die Voraussetzung für den Erwerb von numerischen Kompetenzen darstellen (z. B. de Vries, 2014; Verein Hand in Hand, 2011). Daneben wird oft auch das Rechnen stark gewichtet und vielfach mittels Abzählhilfen (Finger, Zählrahmen) praktiziert. Dabei wird häufig von der Annahme ausgegangen, dass die Schülerinnen und Schüler im Zahlenraum bis 20 rechnen können müssen, bevor Zahlen im höheren Zahlenraum erarbeitet werden (z. B. im Konzept Yes we can, Verein Hand in Hand, 2011). Neuere Untersuchungen werfen die Frage auf, ob diese Vorgehensweisen

geeignet sind. Im Folgenden werden ausgewählte Erkenntnisse zum Zahlbegriffserwerb, Forschungsergebnisse zur Entwicklung numerischer Kompetenzen bei Schülerinnen und Schülern mit einer intellektuellen Beeinträchtigung sowie Folgerungen für die (integrative) Unterrichtspraxis dargestellt. Wir beschränken uns dabei auf Schülerinnen und Schüler mit einer leichten oder mittelgradigen intellektuellen Beeinträchtigung.

Modell zur numerischen Entwicklung

Einer der bedeutendsten Entwicklungsschritte zum Zahlbegriff ist die Verknüpfung von Zahlen mit Grössen, also das Wissen,

dass zu jeder Zahl eine bestimmte Anzahl gehört (Baroody, 1999). Welche Kompetenzen diesem Schritt vorausgehen, kann mit dem Modell der Zahl-Grössen-Verknüpfung nach Krajewski (Krajewski & Ennemoser, 2013, S. 43) dargestellt werden. Dieses Modell beschreibt, welche Meilensteine Kinder hierbei bewältigen müssen. Es wird davon ausgegangen, dass sich das Zahlverständnis über das Zählen und den Umgang mit Zahlen entwickelt. Das Modell enthält drei Ebenen: die Basisfertigkeiten auf der ersten, das einfache Zahlverständnis auf der zweiten und das tiefe Zahlverständnis auf der dritten Ebene (Abbildung 1).

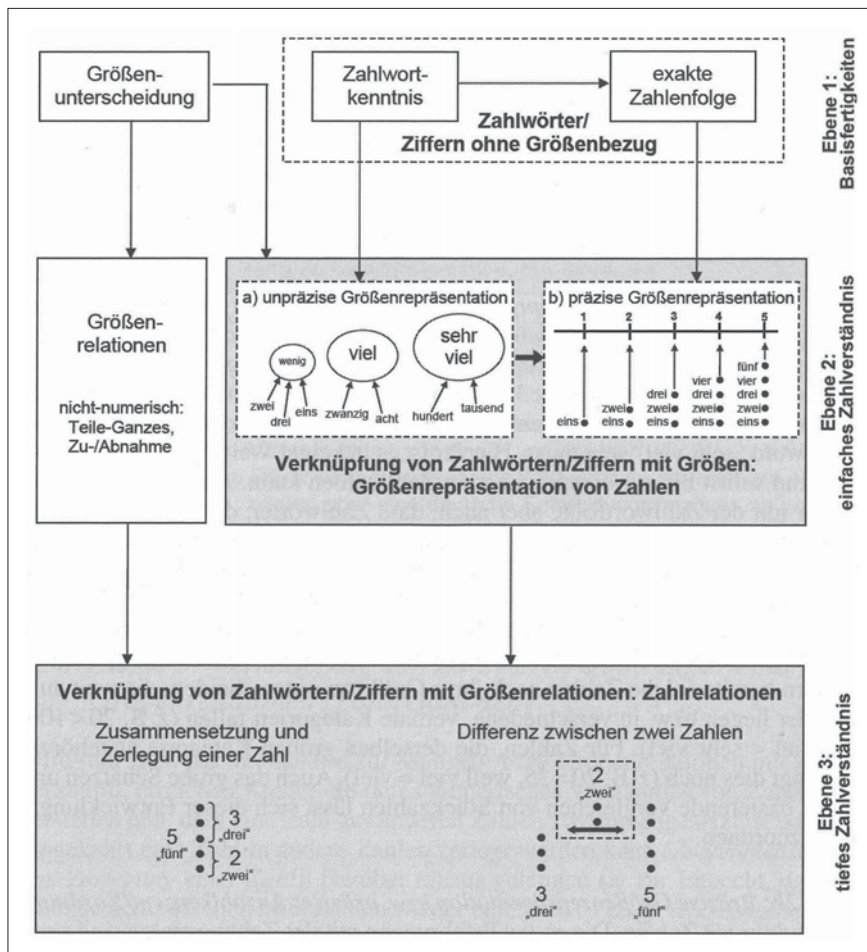


Abbildung 1: Entwicklungsmodell der Zahl-Grössen-Verknüpfung nach Krajewski & Ennemoser, 2013, S. 43)

Die zunächst isolierten Teilkompetenzen werden nach und nach zu Kompetenzen einer höheren Ebene verknüpft. Zur ersten Ebene gehören die Fähigkeiten, Mengen anhand ihrer Ausdehnung zu unterscheiden, die Kenntnis von Zahlwörtern und das Auf-sagen der Zahlwortreihe. Erst auf der zweiten Ebene werden diese Kompetenzen miteinander verknüpft und die Kinder verbinden mit den Zahlen auch Grössen bzw. Anzahlen. Diese Entwicklung kann in zwei Phasen unterteilt werden. Zunächst erwerben die Kinder eine unpräzise Grössenvorstellung. Damit verbunden ist z. B. die Einsicht, dass 3 wenig, 50 viel oder 100 sehr viel ist. Diese Erkenntnis erfolgt auch, wenn noch keine genaue Vorstellung von 50 oder 100 vorhanden ist. Anschliessend entwickelt sich die präzise Grössenvorstellung, die es Kindern ermöglicht, Zahlen den jeweiligen Anzahlen zuzuordnen. Die Kinder können sich unter einer Zahl die dazugehörige Anzahl vorstellen und wissen, dass bei der nächsten Zahl in der Zahlwortreihe die dazugehörige Anzahl um eins zunimmt ($n+1$ -Strategie). Diese Kompetenz wird in der Alltagssprache als «Mengenbegriff» bezeichnet. Auf der dritten Ebene werden Zahlwörter und Ziffern mit Grössenrelationen verknüpft und die Einsicht in Zahlbeziehungen wird erworben. Dazu gehört das Verständnis, dass sich Zahlen stets aus anderen Zahlen zusammensetzen sowie in kleinere Zahlen zerlegen lassen und dass die Differenz zweier Zahlen wieder eine Zahl ist. Trotz des hierarchischen Aufbaus des Modells darf es nicht als starre Entwicklungslogik gesehen werden. Ein Kind kann sich je nach Zahlenraum oder Repräsentationsform der Aufgaben auf verschiedenen Ebenen befinden: Beispielsweise kann ein Kind im Zahlenraum bis 10 über eine präzise und im Zahlenraum bis 100 über eine unpräzise Grössenvorstellung verfügen.

Untersucht wurde auch mehrfach, welche Voraussetzungen Kinder für die Entwicklung des Zahlbegriffs benötigen. Die Untersuchungen zeigen, dass spezifisch numerische Kompetenzen (und nicht pränumerische Kompetenzen oder Wahrnehmungsleistungen) Prädiktoren für die erfolgreiche Zahlbegriffsentwicklung sind (Jordan et al., 2007). Insbesondere das tiefe Zahlverständnis gilt als wichtige Voraussetzung für den Erwerb der Addition und Subtraktion (Langhorst, Ehlert & Fritz, 2012; Baroody, 1999).

Entwicklung numerischer Kompetenzen bei Kindern mit einer leichten oder mittelgradigen intellektuellen Beeinträchtigung

Bashash, Outhred und Bochner (2003) haben die Zählkompetenzen, Zählprinzipien und Zahlkonzepte von Lernenden mit intellektuellen Beeinträchtigungen im Alter von 7 bis 18 Jahren erfasst. Die Ergebnisse zeigen, dass deren Zählentwicklung gleich wie bei Schülerinnen und Schülern ohne intellektuelle Beeinträchtigung verläuft, dass sich jedoch eine zeitliche Verzögerung von mehreren Jahren nachweisen lässt. Die Autoren empfehlen daher, die Förderung numerischer Kompetenzen im Jugend- und jungen Erwachsenenalter weiterzuführen.

Brankaer, Ghesquière und de Smedt (2011) haben die Entwicklung der Grössenvorstellung bei Kindern mit leichter intellektueller Beeinträchtigung (IQ 50–70) zum einen mit derjenigen von Kindern gleichen chronologischen Alters und zum anderen mit Kindern mit dem gleichen mathematischen Leistungsniveau verglichen. Es zeigte sich, dass die Entwicklung der Grössenvorstellung der Kinder mit intellektueller Beeinträchtigung zwar verzögert erfolgt, jedoch nicht fundamental anders verläuft. Die Autorin und die Autoren räumen des-

halb einer möglichst frühen Förderung der Verknüpfung von Zahlen mit Anzahlen einen hohen Stellenwert ein. Garrote, Moser Opitz und Ratz (2015) haben die arithmetischen Kompetenzen von über hundert Kindern und Jugendlichen im Alter von 6–18 Jahren mit einer leichten oder mittelgradigen intellektuellen Beeinträchtigungen in der Schweiz und in Deutschland untersucht. Sie zeigen einerseits auf, dass ein grosser Teil der Lernenden über Basisfertigkeiten (Aufsagen der Zahlwortreihe, das Erkennen von Zahlwörtern, Benennen von arabischen Zahlen) verfügt. Andererseits ergab die Untersuchung auch, dass viele der untersuchten Schülerinnen und Schülern nicht über eine präzise Grössenvorstellung zu verfügen scheinen. Zudem erwies sich die pränumerische Invarianzaufgabe sensu Piaget, die oft als Voraussetzung für den Zahlbegriffserwerb betrachtet wird (de Vries, 2014; Verein Hand in Hand, 2011), als deutlich schwieriger als numerische Aufgaben wie das Ordnen von Zahlen oder rückwärts Zählen.

Folgerungen für die Förderung

Auf der Grundlage der vorliegenden Forschungsergebnisse können Folgerungen für die mathematische Förderung von Schülerinnen und Schülern mit intellektueller Beeinträchtigung gezogen werden. Konzeptionen, die pränumerische Kompetenzen als Voraussetzung für den Zahlbegriff annehmen (wie etwa de Vries, 2014), sind kritisch zu betrachten, da die numerischen Kompetenzen der Lernenden dadurch unterschätzt werden. Zudem besteht die Gefahr, dass versäumt wird, die auch für Kinder mit intellektuellen Beeinträchtigungen bedeutsamen Vorläuferfertigkeiten für den erfolgreichen Zahlbegriffserwerb zu fördern.

Weiter muss berücksichtigt werden, dass ein direkter Zusammenhang zwischen

Raumorientierung, Wahrnehmung und der Zahlbegriffsentwicklung nicht nachgewiesen ist. Die Förderung der Wahrnehmung und der Raumorientierung, wie sie beispielsweise im Konzept Yes we can (Verein Hand in Hand, 2011) vorgeschlagen wird, kann wohl im Kontext einer umfassenden Förderung bedeutsam sein, hat aber nach bisherigem Erkenntnisstand keinen Einfluss auf den Erwerb der Kulturtechniken (Grünke, 2006). Ebenso kritisch zu sehen ist das einseitige Betonen des Lösens von Rechenaufgaben durch Abzählen an den Fingern oder anderen Arbeitsmitteln sowie das rezepthafte Anwenden von Routinen, die oft wieder vergessen werden. Letzteres führt zur Vernachlässigung der Förderung wichtiger numerischer Kompetenzen, die gerade hinsichtlich lebenspraktischer Fähigkeiten bedeutsam sind.

Ein direkter Zusammenhang zwischen Raumorientierung, Wahrnehmung und der Zahlbegriffsentwicklung ist nicht nachgewiesen.

Was sind die Alternativen? Mehrere Autorinnen und Autoren (Brankaer, Ghesquière & de Smedt, 2011; Garrote, Moser Opitz & Ratz, 2015) kommen auf der Grundlage der Forschungsergebnisse zum Schluss, dass der Aufbau eines einfachen Zahlverständnisses und die Verknüpfung von Zahlen und Anzahlen ein wichtiges Ziel der mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern mit intellektueller Beeinträchtigung sein muss. Dies betrifft die unpräzise und die präzise Grössenvorstellung – zuerst im kleinen Zahlenraum – im Zusammenhang mit lebenspraktischen Kompetenzen, aber auch im grossen Zahlenraum.

Das bedeutet konkret, dass für die Förderung der unpräzisen Grössenvorstellung Aktivitäten wie das Vorwärts-Zählen so weit wie möglich, das Zählen in Zehner- und Hunderterritten, das visuelle Vergleichen von Mengen, das Herstellen von gleich mächtigen Mengen durch Eins-zu-Eins-Zuordnung und das Erkennen und Benennen von Zahlen aus dem Alltag der Schülerinnen und Schüler bedeutsam sind.

Für den Erwerb der präzisen Grössenvorstellung sind Aktivitäten wie das flexible Zählen («Zähle von drei an vorwärts.»), das Zählen in Schritten, das Abzählen von Objekten, die Zuordnung von Zahlen zu Anzahlen, das präzise Vergleichen von gleichmächtigen und fast gleichmächtigen Mengen usw. wichtig. Zur Unterstützung sind sowohl Arbeitsmittel einzusetzen, bei denen die einzelnen Einheiten sichtbar sind (z. B. Dienes-Material: Tausenderwürfel, Hunderterplatte, Zehnerstäbe), als auch Arbeitsmittel, die eine Zehner- und Fünferstrukturierung (Kraft der Fünf, z. B. Zwanzigerfeld) aufweisen.

Umsetzung im integrativen Mathematikunterricht





In integrativen Klassen stellt sich für Lehrpersonen die Herausforderung, einerseits sinnvolle Angebote zur mathematischen Förderung entlang der individuellen Lernvoraussetzungen eines Kindes zu machen

und andererseits möglichst hohe Anteile gemeinsamen Lernens zu ermöglichen.

Im Rahmen eines vom Schweizerischen Nationalfonds geförderten Projekts (Sirlus: Soutenir l'intégration – Integration unterstützen, <http://www.ife.uzh.ch/research/sbi/forschung/siriusinfo.html>) wurden auf der Basis der präsentierten Forschungsergebnisse Materialien für den integrativen Mathematikunterricht entwickelt. Folgende Überlegungen waren handlungsleitend: Die Förderhinweise beziehen sich insbesondere auf den Aufbau des einfachen und tiefen Zahlverständnisses. Sobald Schülerinnen und Schüler darüber verfügen, können gängige Lehrmittel verwendet werden (Bashash, Bochner & Outhred, 2003). Zudem sollen die Materialien Möglichkeiten zum Differenzieren im integrativen Unterricht bieten (Krähenmann et al., im Druck). Ausgangspunkt sind deshalb die Lernziele für die Regelklasse auf der Grundlage des verwendeten Lehrmittels. Ausgehend davon wird überlegt, welche Möglichkeiten sich zur Förderung des einfachen und tiefen Zahlverständnisses anbieten. Tabelle 1 zeigt ein Beispiel zum Schweizer Zahlenbuch (Wittmann & Müller, 2007) auf. Zu den Aufgaben und Themen aus dem Lehrmittel werden inhaltlich passende Schwerpunkte für die Förderung der Kinder mit einer intellektuellen Beeinträchtigung festgelegt und mit Förderideen (Unterrichtskarte, Abb. 2) konkretisiert.

Tabelle 1: Auszug aus der Planungshilfe für die 2. Klasse zum Zahlenbuch

Seite	Thema im Schulbuch	Mathematische Themen	Schwerpunkte für die Förderung
10	Würfeln	Aufgabe 1: Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten	Zählen von Objekten, präzise Grössenvorstellung
11 12 13	Schätzen, Zählen und Bündeln	Zählen und Bündeln (im Hunderterraum)	(strukturiertes) Zählen und Bündeln
15	Zehner am Hunderterfeld	Zahlzerlegung	Zahlzerlegung (kleiner Zahlenraum)

Präzise Grössenvorstellung	
Förderideen	Differenzierung
<ul style="list-style-type: none"> Anzahl verschiedener Gegenstände (Flaschendeckel, Wendeplättchen usw.) benennen: <ul style="list-style-type: none"> Das Kind bitten, eine bestimmte Anzahl von Objekten auf den Tisch zu legen und Anzahl nochmals zu benennen: <div style="text-align: center;">  «6 Deckel» </div> Objekte unterschiedlich anordnen: «Ich sehe hier drei Deckel und drei Deckel.» «Hier sind zwei Deckel und hier sind vier Deckel.» Gleichviel Objekte, aber in unterschiedlicher Anordnung hinlegen. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div> 	<ul style="list-style-type: none"> Auf dem Tisch liegende Menge verändern und Zu-/Abnahme benennen («Es sind zwei mehr.»). Zahlenkarten zu den jeweiligen Mengen legen. Aufgabe mit Dienes-Material (Einerwürfel, Zehnerstäbe etc.) im Hunderterraum durchführen.
<ul style="list-style-type: none"> Anzahlen unterschiedlich darstellen, zählen, Darstellungen besprechen: «Hier sind fünf Plättchen, hier sind zwei Plättchen. Hier sind auch fünf Plättchen und zwei Plättchen. Das ist gleich viel.» <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> 	<ul style="list-style-type: none"> Beispiele mit einer unterschiedlichen Anzahl von Plättchen wählen. Zahlenkarte den dargestellten Anzahlen zuordnen. Beispiel mit Zehnern im Hunderterraum lösen.

Im Schweizer Zahlenbuch 2 (Wittmann & Müller, 2007, S. 10) machen die Kinder erste Erfahrungen mit Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten beim Würfeln. Die Häufigkeiten der Anzahlen werden als Strichliste notiert und die Summe der Striche wird bestimmt. Anzahlen und die Anzahlerfassung spielen hier somit eine zentrale Rolle. Dieses Thema kann für die Förderung des einfachen Zahlverständnisses genutzt werden, je nach Kompetenzen der Lernenden in unterschiedlichen Zahlenräumen (Abb. 2).

Die Förderung von mathematischen Kompetenzen bei Schülerinnen und Schülern mit einer intellektuellen Beeinträchtigung bleibt eine Herausforderung. Rezepte für den integrativen Mathematikunterricht kann auch das hier vorgestellte Konzept nicht bieten. Das beschriebene Modell und die Beispiele können jedoch dazu dienen, den Unterricht so zu planen, dass Lernende

mit unterschiedlichen Voraussetzungen an denselben Themen arbeiten können. Dabei wird von einem Konzept ausgegangen, das weder einseitig die pränumerische Förderung noch das Abzählen an den Fingern betont, sondern den Aufbau numerischer Kompetenzen im Sinne der Verknüpfung von Zahlen und Grössen in den Blick nimmt.

Literatur

Baroody, A.J. (1999). The Development of Basic Counting, Number, and Arithmetic Knowledge among Children Classified as Mentally Handicapped. *International Review of Research in Mental Retardation*, 22, 51–103.

Bashash, L., Bochner, S. & Outhred, L. (2003). Counting Skills and Number Concepts of Students with Moderate Intellectual Disabilities. *International Journal of Disability, Development and Education*, 50 (3), 325–345.

Abbildung 2: Ausschnitt einer Unterrichtskarte mit Förderideen zur präzisen Grössenvorstellung

- Brankaer, C., Ghesquière, P. & De Smedt, B. (2011). Numerical magnitude processing in children with mild intellectual disabilities. *Research in Developmental Disabilities*, 32 (6), 2853–2859.
- De Vries, C. (2014). *Mathematik im Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung. Grundlagen und Übungsvorschläge für Diagnostik und Förderung im Rahmen eines erweiterten Mathematikverständnisses*. Dortmund: Modernes Lernen.
- Garrote, A., Moser Opitz, E. & Ratz, C. (2015). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Eine Querschnittstudie. *Empirische Sonderpädagogik*, 1, 24–40.
- Grünke, M. (2006). Zur Effektivität von Fördermethoden bei Kindern und Jugendlichen mit Lernstörungen: Eine Synopse vorliegender Metaanalysen. *Kindheit und Entwicklung*, 15 (4), 239–254.
- Jordan, N. C. et al. (2007). Predicting First-Grade Math Achievement from Developmental Number Sense Trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22 (2), 36–46.
- Krähenmann, H. et al. (im Druck). Gemeinsam lernen – individuell fördern: Differenzierung im inklusiven Mathematikunterricht. In A. Peter-Koop, T. Rottmann & M. Lüken (Hrsg.), *Inklusiver Mathematikunterricht in der Grundschule*. Offenburg: Mildenerger.
- Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In M. Hasselhorn et al. (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (Tests und Trends, Jahrbuch der pädagogisch-psychologischen Diagnostik, Neue Folge, Bd. 11, S. 41–65). Göttingen: Hogrefe.
- Langhorst, P., Ehlert, A. & Fritz, A. (2012). Non-numerical and numerical understanding of the part-whole concept of children aged 4 to 8 in word problems. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 33 (2), 233–262.
- Verein Hand in Hand. (2011). *Yes we can!* [EU-Projekt]. http://www.downsyndromeswecan.eu/html/project_D.html [Stand 17.02.2015].
- Wittmann, C. E. & Müller, G. N. (2007). *Schweizer Zahlenbuch 2*. Zug: Klett und Balmer AG.
- Susanne Schnepel
sschnepel@ife.uzh.ch
- Helena Krähenmann
hkraehenmann@ife.uzh.ch
- Prof. Dr. Elisabeth Moser Opitz
emoser@ife.uzh.ch
- Universität Zürich
Institut für Erziehungswissenschaft
Lehrstuhl Sonderpädagogik,
Bildung und Integration
Hirschengraben 48
8001 Zürich
- Brigitte Hepberger
Interkantonale Hochschule
für Heilpädagogik
Schaffhauserstrasse 239
8050 Zürich
brigitte.hepberger@hfh.ch
- Dr. Christoph Ratz
Julius-Maximilians-Universität Würzburg
Lehrstuhl für Sonderpädagogik IV
Pädagogik bei Geistiger Behinderung
Wittelsbacher Platz 1
D-97074 Würzburg
christoph.ratz@uni-wuerzburg.de